

FUNCIONES II: FUNCIONES ELEMENTALES

1. FUNCIONES LINEALES

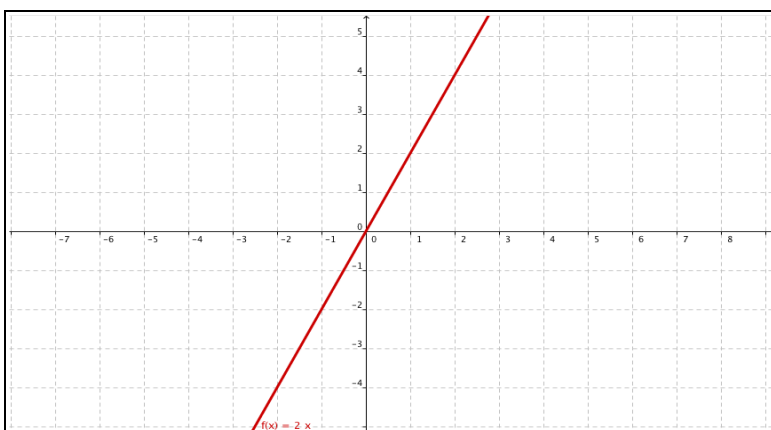
Su gráfica es una recta.

1.1.FUNCION DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA.

$$f(x)=mx \quad m \in \mathbb{R}$$

m es la **pendiente** e indica la inclinación de la recta que representa.

- $Dom f = \mathbb{R}$
- Continua
- Impar (simétrica con relación al origen de coordenadas)
- Corta al eje X y al eje Y en el punto (0,0)
- Es creciente si $m > 0$ y decreciente si $m < 0$.

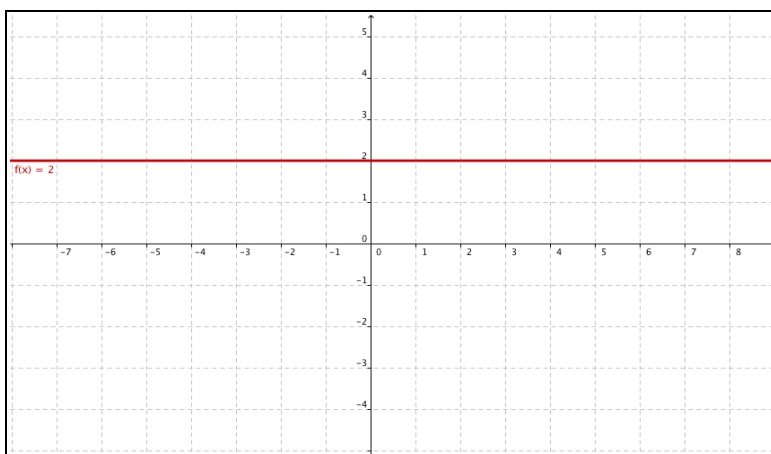


1.2.FUNCION CONSTANTE

$$f(x)=n$$

n es la **ordenada en el origen** y representa la distancia desde el origen al punto donde la recta corta el eje Y.

- $Dom f = \mathbb{R}$
- Continua
- Par (simétrica respecto del eje Y)
- Corta al eje Y en el punto (0,n)
- Es constante.



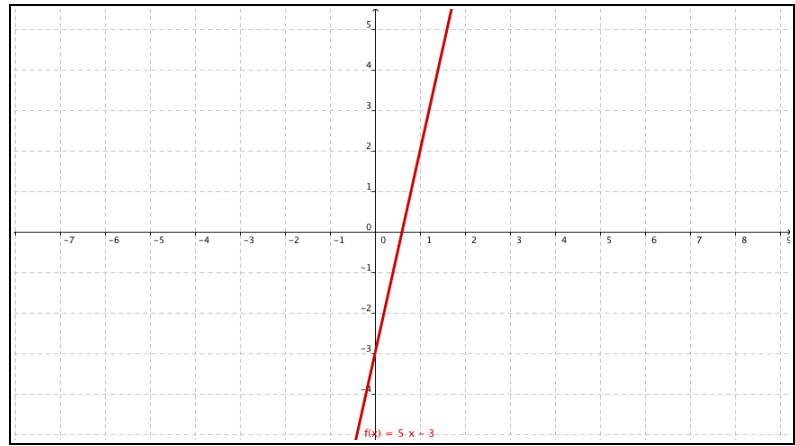
1.3.FUNCIÓN AFÍN

$$f(x)=mx + n$$

m es la **pendiente** y n es la **ordenada en el origen**.

- $Dom f = \mathbb{R}$

- Continua
- No simétrica.
- Corta al eje Y en el punto $(0,n)$ y al eje X en el punto $(-n/m, 0)$
- Es creciente si $m > 0$ y decreciente si $m < 0$.

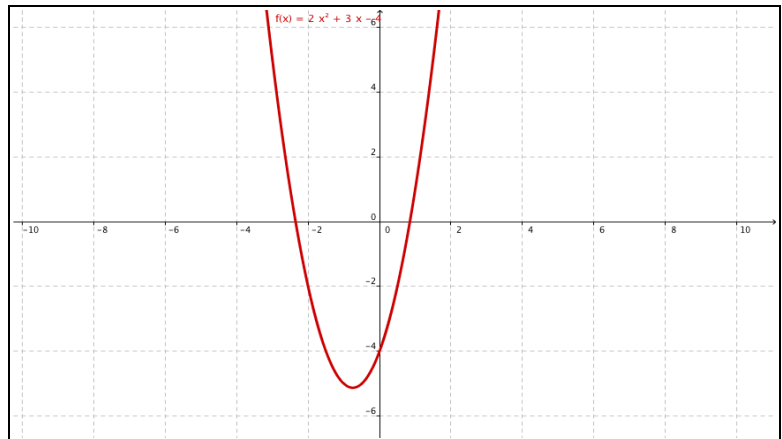


2. FUNCIÓN PARÁBOLA

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Tiene por vértice el punto de coordenada $x = -b/2a$.

- $Dom f = \mathbb{R}$
- Continua.
- **En general** no es simétrica.
- Corta al eje X en los puntos $(\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0)$
- Corta al eje Y en el punto $(0, c)$
- Si $a > 0$, es creciente en el intervalo $(\frac{-b}{2a}, +\infty)$ y decreciente en el intervalo $(-\infty, \frac{-b}{2a})$ y presenta un mínimo relativo en el vértice.



- Si $a < 0$, es creciente en el intervalo $(-\infty, \frac{-b}{2a})$ y decreciente en el intervalo $(\frac{-b}{2a}, +\infty)$ y presenta un máximo relativo en el vértice.

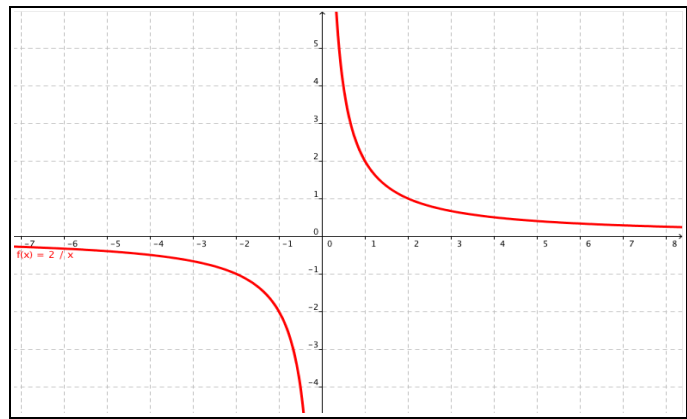
3. FUNCIÓN HIPÉRBOLA

3.1. FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

$$f(x) = \frac{k}{x}, k \neq 0$$

- $Dom f = \mathbb{R} - \{0\}$
- Presenta una discontinuidad en $x=0$.

- Es impar.
- No corta los ejes.
- Presenta una asíntota horizontal en $y=0$ y una asíntota vertical en $x=0$.
- Si $k>0$ la gráfica se encuentra en el 1º y 3º cuadrante.
- Si $k<0$ la gráfica se encuentra en el 2º y 4º cuadrante.
- El centro de la hipérbola es el $(0,0)$.

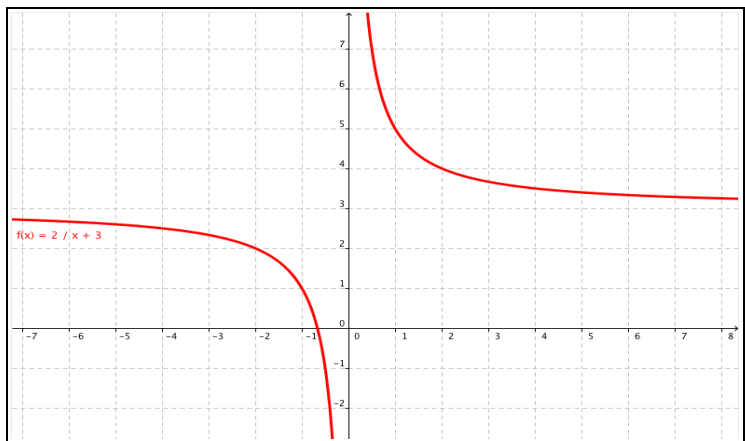


3.2. TRASLACIÓN VERTICAL

$$f(x) = \frac{k}{x} + a, k \neq 0$$

Si $a>0$ se desplaza hacia arriba a unidades y si $a < 0$ se desplaza hacia abajo a unidades.

- $Dom f = \mathbb{R} - \{0\}$
- Presenta una discontinuidad en $x=0$.
- No presenta simetría.
- Corta al eje x en el punto $(-k/a, 0)$
- Presenta una asíntota horizontal en $y=a$ y una asíntota vertical en $x=0$.
- El centro de la hipérbola es el $(0,a)$.

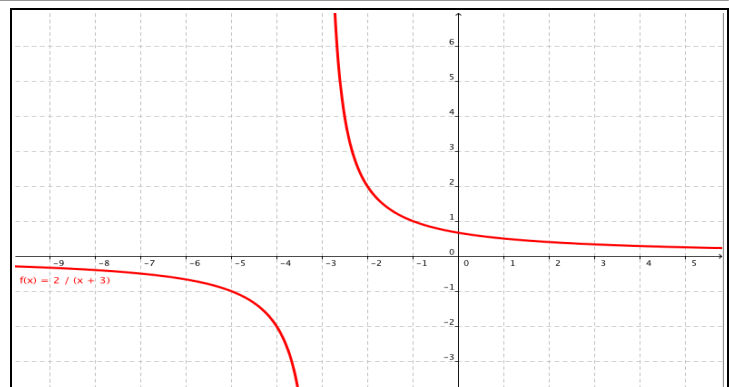


3.3. TRASLACIÓN HORIZONTAL

$$f(x) = \frac{k}{(x+b)}, k \neq 0$$

Si $b>0$ se desplaza hacia la izquierda b unidades. Si $b < 0$, se desplaza hacia la derecha b unidades.

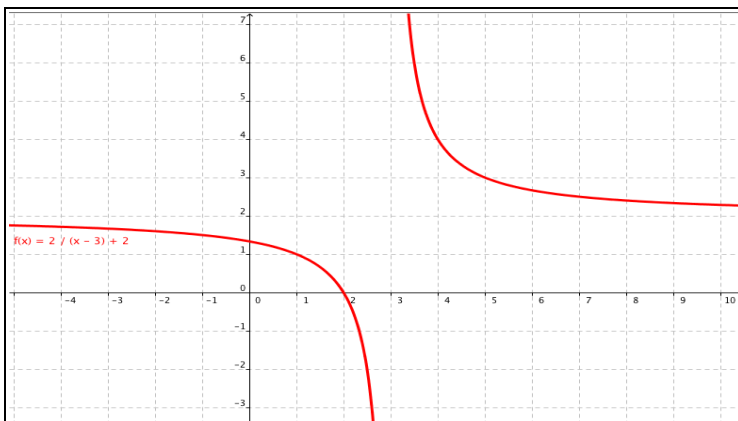
- $Dom f = \mathbb{R} - \{-b\}$
- Presenta una discontinuidad en $x=-b$.
- No presenta simetría.
- Corta al eje y en el punto $(0, k/b)$
- Presenta una asíntota horizontal en $y=0$ y una asíntota vertical en $x=-b$.
- El centro de la hipérbola es el $(-b,0)$.



3.4. TRASLACIÓN OBLÍCUA

$$f(x) = \frac{k}{(x+b)} + a, k \neq 0$$

- $Dom f = \mathbb{R} - \{-b\}$
- Presenta una discontinuidad en $x = -b$.
- No presenta simetría.
- Corta al eje x en el punto $(-k/a - b, 0)$
- Corta al eje y en el punto $(0, k/b + a)$
- Presenta una asíntota horizontal en $y = a$ y una asíntota vertical en $x = -b$.
- El centro de la hipérbola es el $(-b, a)$.

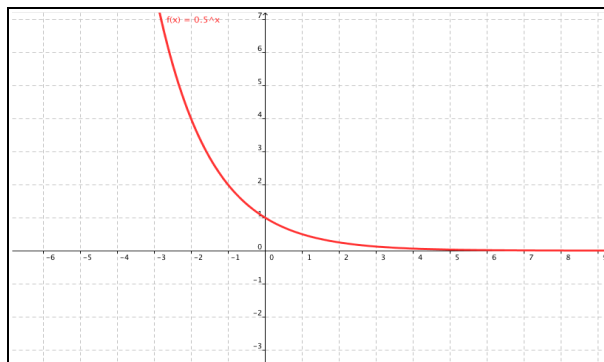
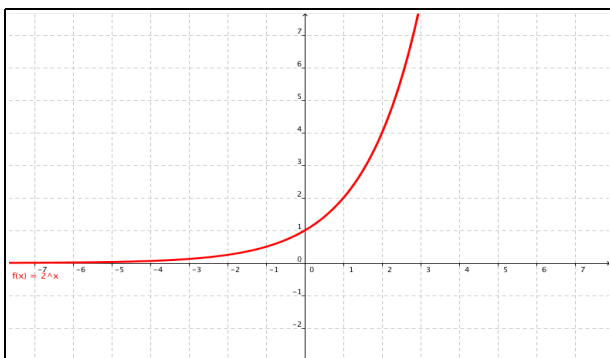


Si nos encontramos una función hipérbola expresada mediante $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, dividimos los polinomios para expresarlos de la forma $f(x) = \frac{k}{x+b} + a$ vista anteriormente.

4. EXPONENCIALES

$$f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$$

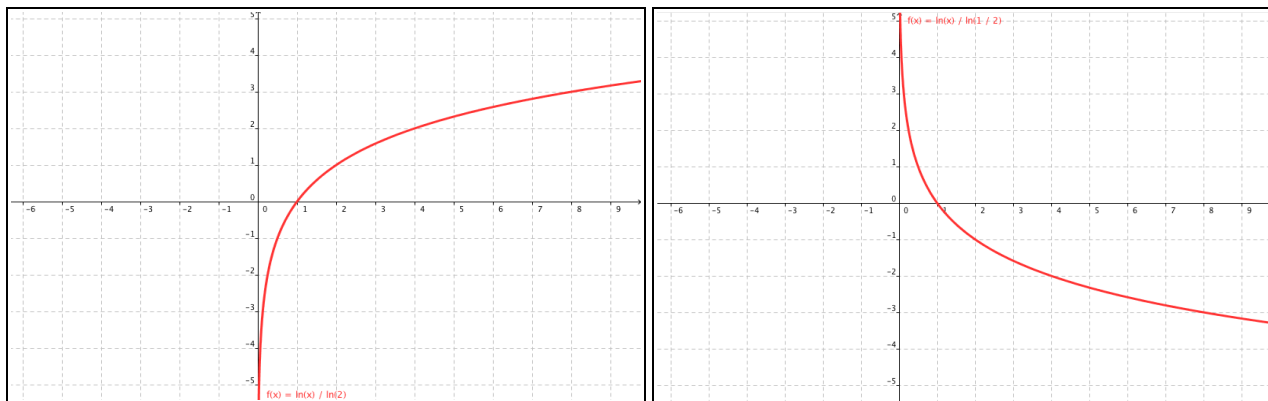
- $Dom f = \mathbb{R}$
- Continua.
- Pasa por los puntos $(0, 1)$ y $(1, a)$
- Crece si $a > 1$ y decrece si $a < 1$.



5. LOGARÍTMICAS

$$f(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$$

- $Dom f = (0, +\infty)$
- Continua.
- Pasa por los puntos (1,0) y (a, 1)
- Crece si $a > 1$ y decrece si $a < 1$.
- Tiene una asíntota vertical en $x=0$.

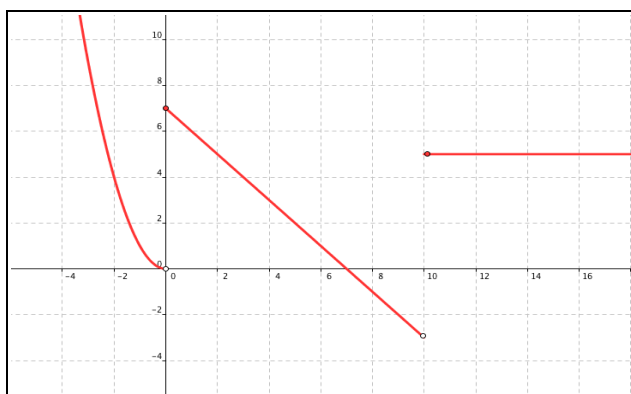


6. DEFINIDAS A TROZOS

Son funciones definidas con distintas expresiones, utilizando cada una en un determinado intervalo.

Ejemplo:

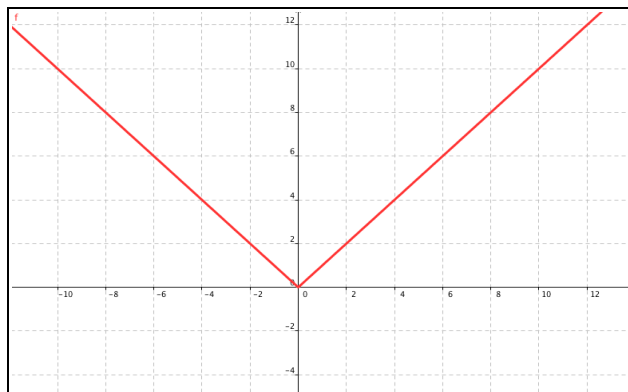
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 7-x & \text{si } 0 \leq x < 10 \\ 5 & \text{si } x \geq 10 \end{cases}$$



6.1. VALOR ABSOLUTO

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

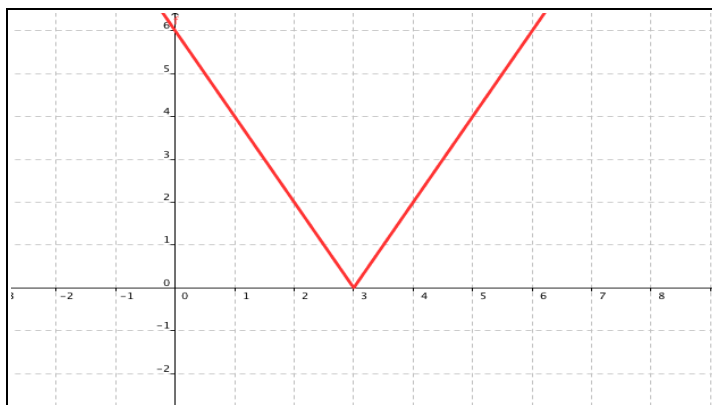
- $Dom f = \mathbb{R}$
- Continua.
- Par (simétrica respecto del eje Y).
- Corta al eje X y al eje Y en el punto (0,0).
- Creciente en $(0, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, 0)$



Ejemplo:

$$f(x) = |2x - 6| = \begin{cases} 2x - 6 & \text{si } 2x - 6 \geq 0 \\ -(2x - 6) & \text{si } 2x - 6 < 0 \end{cases} \quad \text{resolviendo las inecuaciones quedaría:}$$

$$f(x) = |2x - 6| = \begin{cases} 2x - 6 & \text{si } x \geq 3 \\ -(2x - 6) & \text{si } x < 3 \end{cases} \quad \text{y su representación sería:}$$

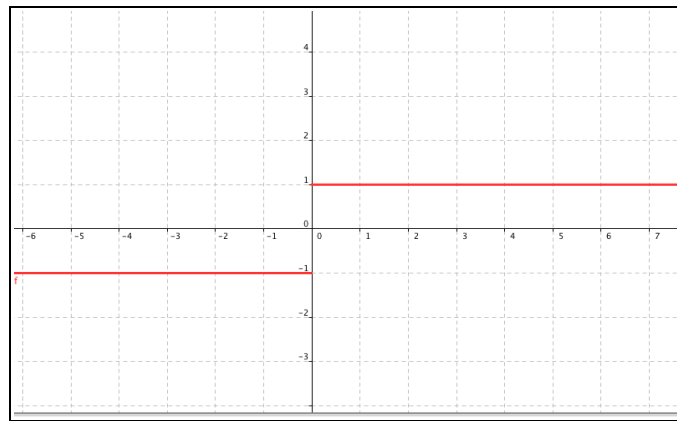


Un truco para poder representar cualquier función de valor absoluto sería hacer un trazado normal de la función para valores positivos, y los valores que resultasen negativos, dibujar su reflejo.

6.2.FUNCIÓN SIGNO

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

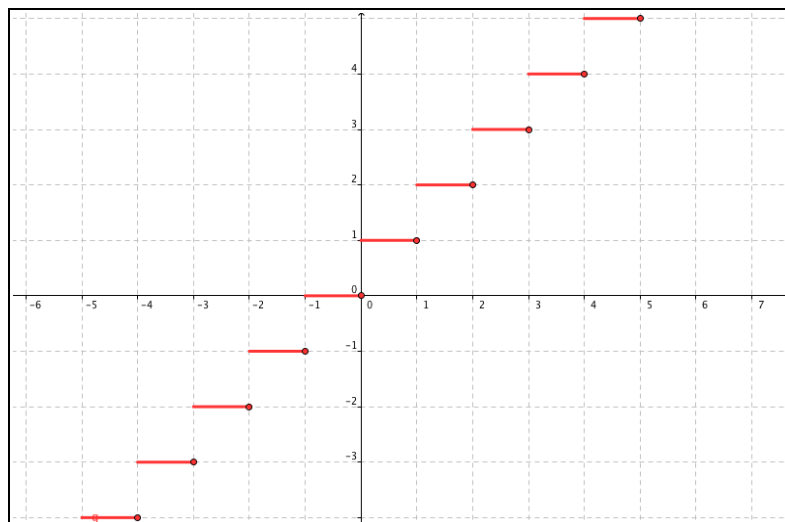
- $Dom f = \mathbb{R}$
- Discontinua en $x=0$
- Impar (simétrica respecto al origen de coordenadas)



6.3.FUNCIÓN PARTE ENTERA

$$f(x) = E(x)$$

Esta función le hace corresponder a cada número real, un número entero inmediatamente inferior.



7. TRASLACIÓN DE FUNCIONES.

- Sea $y=f(x)$ una función, la función $y=f(x)+a$ desplaza la función $f(x)$ a unidades hacia arriba si $a > 0$ y a unidades hacia abajo si $a < 0$.
- Sea $y=f(x)$ una función, la función $y=f(x+b)$ desplaza la función $f(x)$ b unidades hacia la izquierda si $b > 0$ y b unidades hacia la derecha si $b < 0$.

