FUNCIONES II: FUNCIONES ELEMENTALES

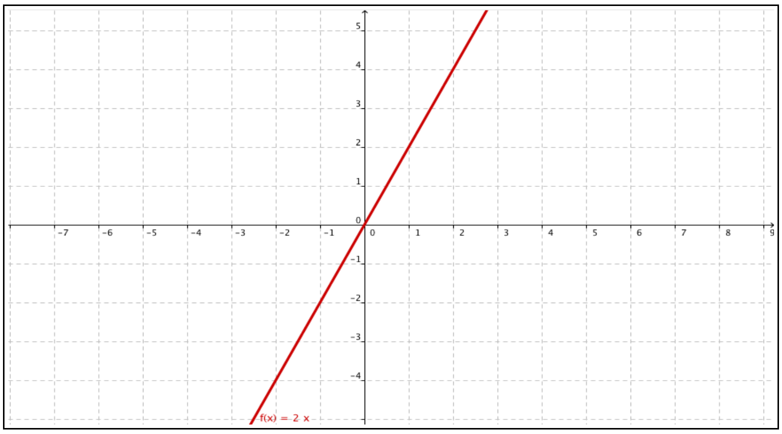
1. FUNCIONES LINEALES

Su gráfica es una recta.

1.1.FUNCION DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA.

$f(x)=mx \quad m\in\mathbb{R}$

m es la **pendiente** e indica la inclinación de la recta que representa.

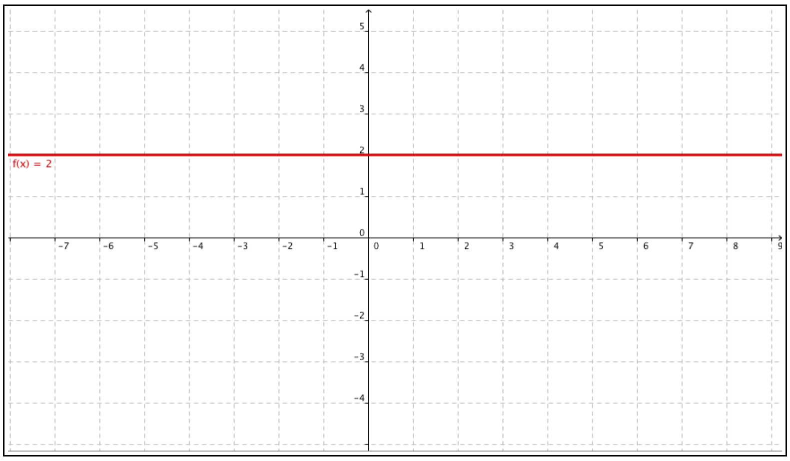


- $Dom\ f=\mathbb{R}$
- Continua
- Impar (simétrica con relación al origen de coordenadas)
- Corta al eje X y al eje Y en el punto (0,0)
- Es creciente si m > 0 y decreciente si m < 0.

1.2.FUNCION CONSTANTE

$f(x)=n$

n es la **ordenada en el origen** y representa la distancia desde el origen al punto donde la recta corta el eje Y.



- $Dom\ f=\mathbb{R}$
- Continua
- Par (simétrica respecto del eje Y)
- Corta al eje Y en el punto (0,n)
- Es constante.

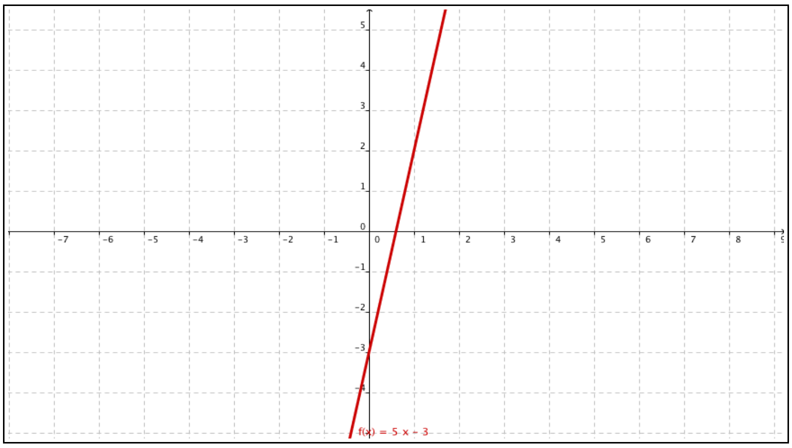
1.3.FUNCIÓN AFÍN

$f(x)=mx+n$

m es la **pendiente** y n es la **ordenada en el origen.**

- $Dom\ f=\mathbb{R}$

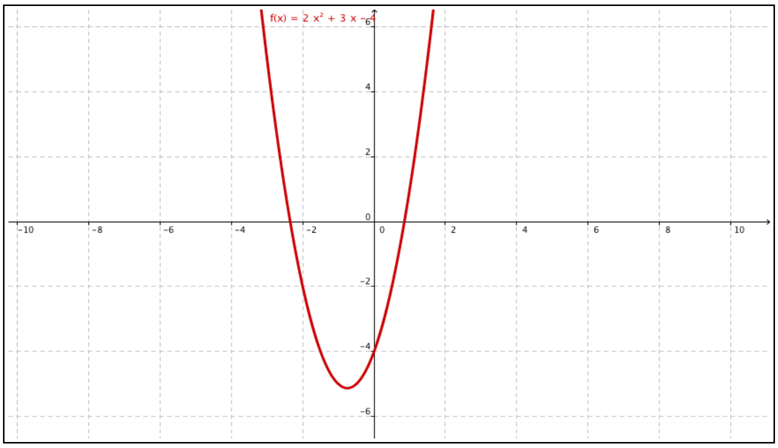
- Continua
- No simétrica.
- Corta al eje Y en el punto (0,n) y al eje X en el punto (-n/m, 0)
- Es creciente si m > 0 y decreciente si m < 0.



2. FUNCIÓN PARÁBOLA

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

Tiene por vértice el punto de coordenada x= -b/2a.



- $Dom\, f=\mathbb{R}$
- Continua.
- **En general** no es simétrica.
- Corta al eje X en los puntos $(\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},0)$
- Corta al eje Y en el punto $(0,c)$
- Si a>0, es creciente en el intervalo $(\frac{-b}{2a},+\infty)$ y decreciente en el intervalo $(-\infty,\frac{-b}{2a})$ y presenta un mínimo relativo en el vértice.
- Si a<0, es creciente en el intervalo $(-\infty,\frac{-b}{2a})$ y decreciente en el intervalo $(\frac{-b}{2a},+\infty)$ y presenta un máximo relativo en el vértice.

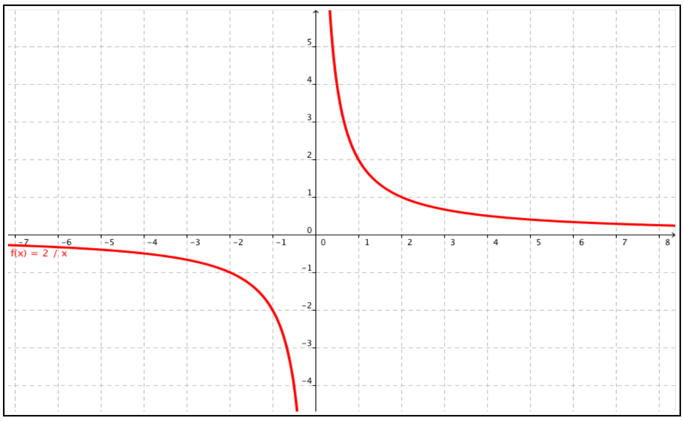
3. FUNCIÓN HIPÉRBOLA

3.1. FUNCIÓN DE PROPORCIONALIDAD INVERSA

$$f(x)=\frac{k}{x},k\neq 0$$

- $Dom\, f=\mathbb{R}-\{0\}$
- Presenta una discontinuidad en x=0.

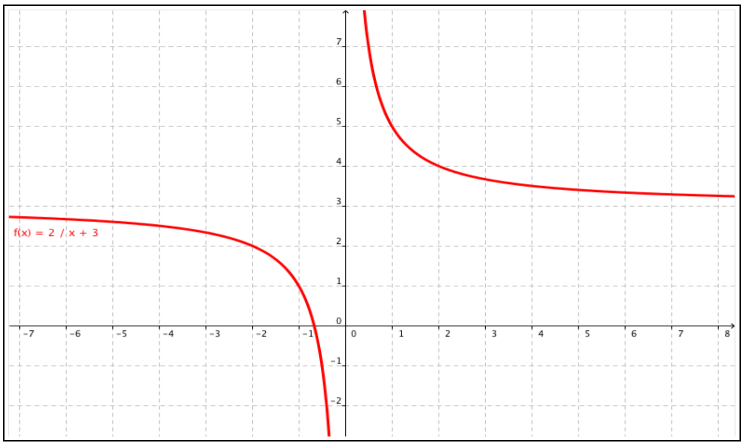
- Es impar.
- No corta los ejes.
- Presenta una asíntota horizontal en y=0 y una asíntota vertical en x=0.
- Si k>0 la gráfica se encuentra en el 1º y 3º cuadrante.
- Si k<0 la gráfica se encuentra en el 2º y 4º cuadrante.
- El centro de la hipérbola es el (0,0).



3.2. TRASLACIÓN VERTICAL

$$f(x)=\frac{k}{x}+a,\ k\neq 0$$

Si a>0 se desplaza hacia arriba a unidades y si a < 0 se desplaza hacia abajo a unidades.

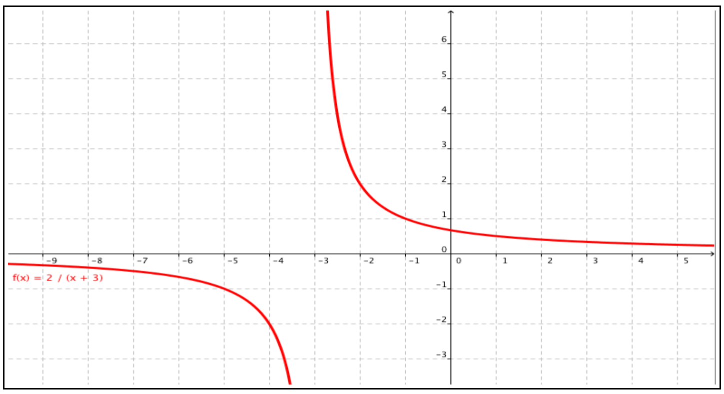


- $Dom\ f=\mathbb{R}-\{0\}$
- Presenta una discontinuidad en x=0.
- No presenta simetría.
- Corta al eje x en el punto (-k/a, 0)
- Presenta una asíntota horizontal en y=a y una asíntota vertical en x=0.
- El centro de la hipérbola es el (0,a).

3.3. TRASLACIÓN HORIZONTAL

$$f(x)=\frac{k}{(x+b)},\ k\neq 0$$

Si b>0 se desplaza hacia la izquierda b unidades. Si b < 0, se desplaza hacia la derecha b unidades.

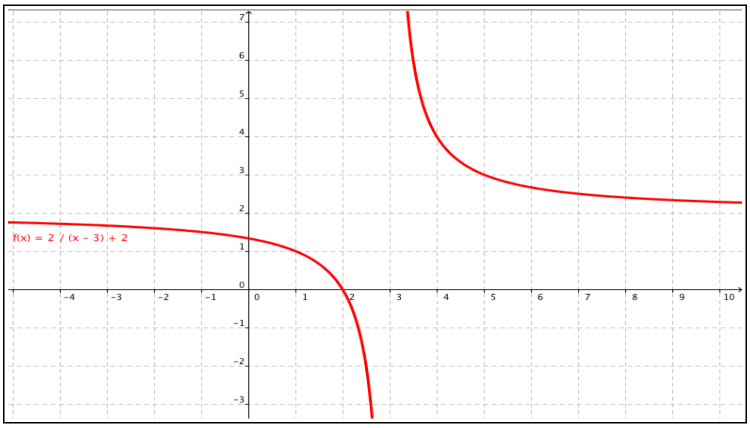


- $Dom\ f=\mathbb{R}-\{-b\}$
- Presenta una discontinuidad en x=-b.
- No presenta simetría.
- Corta al eje y en el punto (0, k/b)
- Presenta una asíntota horizontal en y=0 y una asíntota vertical en x=-b.
- El centro de la hipérbola es el (-b,0).

3.4. TRASLACIÓN OBLÍCUA

$$f(x)=\frac{k}{(x+b)}+a\,,k\neq 0$$

- $Dom\,f=\mathbb{R}-\{-b\}$
- Presenta una discontinuidad en x=-b.
- No presenta simetría.
- Corta al eje x en el punto (-k/a-b, 0)
- Corta al eje y en el punto (0, k/b+a)
- Presenta una asíntota horizontal en y=a y una asíntota vertical en x=-b.
- El centro de la hipérbola es el (-b,a).

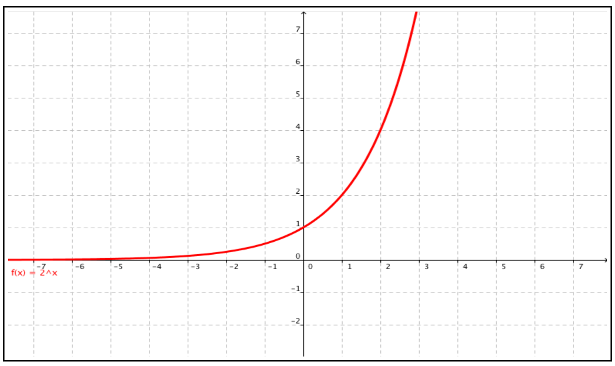


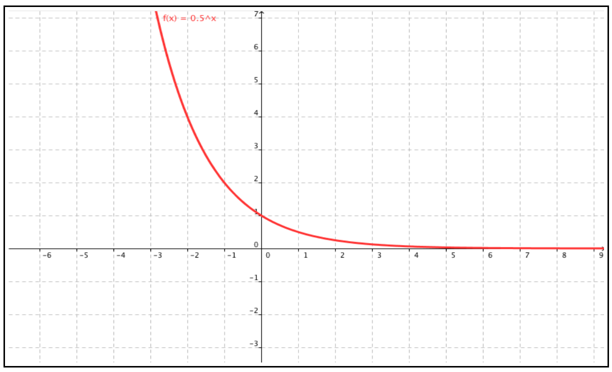
Si nos encontramos una función hipérbola expresada mediante $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$, dividimos los polinomios para expresarlos de la forma $f(x)=\frac{k}{x+b}+a$ vista anteriormente.

4. EXPONENCIALES

$$f(x)=a^x\,,a>0,a\neq 1$$

- $Dom\,f=\mathbb{R}$
- Continua.
- Pasa por los puntos (0,1) y (1, a)
- Crece si a>1 y decrece si a<1.

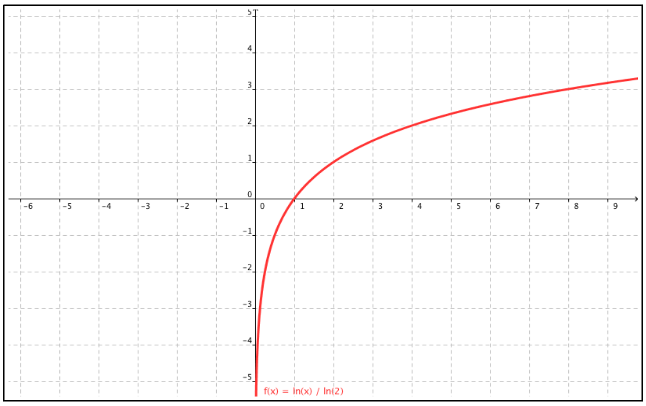


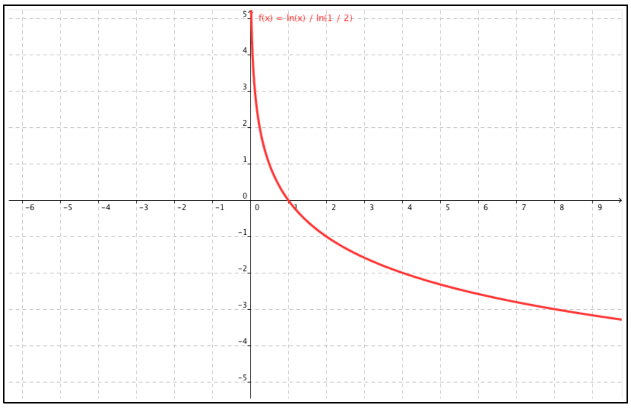


5. LOGARÍTMICAS

$$f(x)=\log_a x\,,\, a>0, a\neq 1$$

- $Dom\, f=(0,+\infty)$
- Continua.
- Pasa por los puntos (1,0) y (a, 1)
- Crece si a>1 y decrece si a<1.
- Tiene una asíntota vertical en x=0.



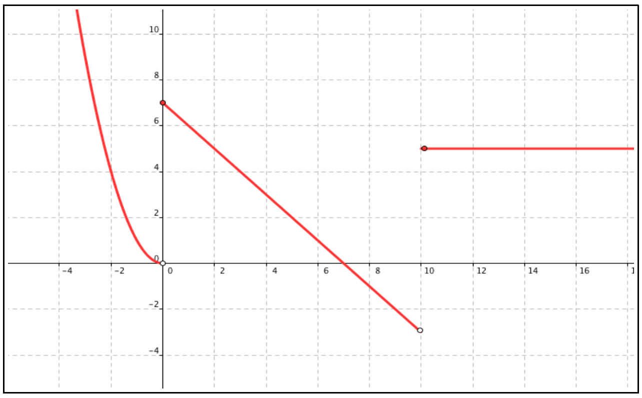


6. DEFINIDAS A TROZOS

Son funciones definidas con distintas expresiones, utilizando cada una en un determinado intervalo.

Ejemplo:

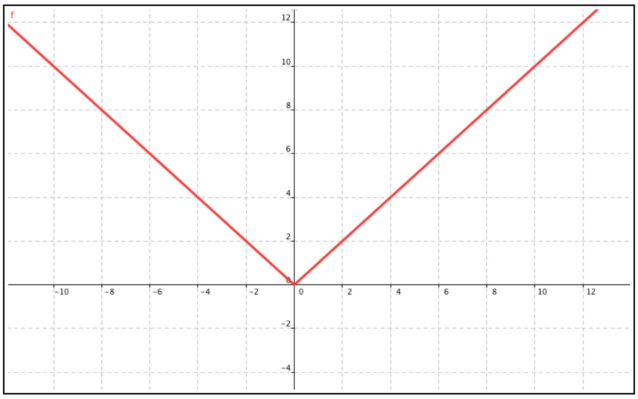
$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si\, x<0 \\ 7-x & si\, 0\leqslant x<10 \\ 5 & si\, x\geqslant 10 \end{cases}$$



6.1. VALOR ABSOLUTO

$$f(x)=|x|=\begin{Bmatrix} x & si\, x\geq 0 \\ -x & si\, x<0 \end{Bmatrix}$$

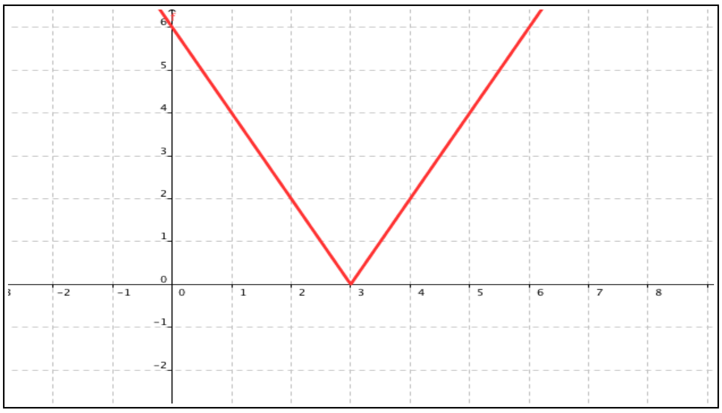
- $Dom\, f = \mathbb{R}$
- Continua.
- Par (simétrica respecto del eje Y).
- Corta al eje X y al eje Y en el punto (0,0).
- Creciente en $(0,+\infty)$ y decreciente en $(-\infty, 0)$



Ejemplo:

$f(x) = |2x-6| = \begin{cases} 2x-6 & si\ 2x-6 \geq 0 \\ -(2x-6) & si\ 2x-6 < 0 \end{cases}$ resolviendo las inecuaciones quedaría:

$f(x) = |2x-6| = \begin{cases} 2x-6 & si\ x \geq 3 \\ -(2x-6) & si\ x < 3 \end{cases}$ y su representación sería:

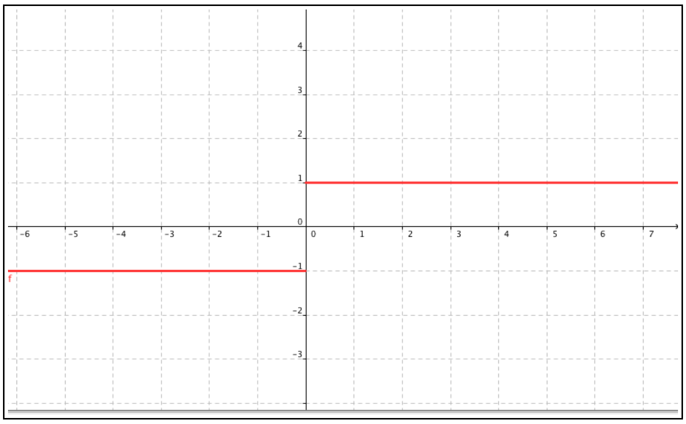


Un truco para poder representar cualquier función de valor absoluto sería hacer un trazado normal de la función para valores positivos, y los valores que resultasen negativos, dibujar su reflejo.

6.2.FUNCIÓN SIGNO

$$f(x) = \begin{cases} -1 & si\, x < 0 \\ 0 & si\, x = 0 \\ 1 & si\, x > 0 \end{cases}$$

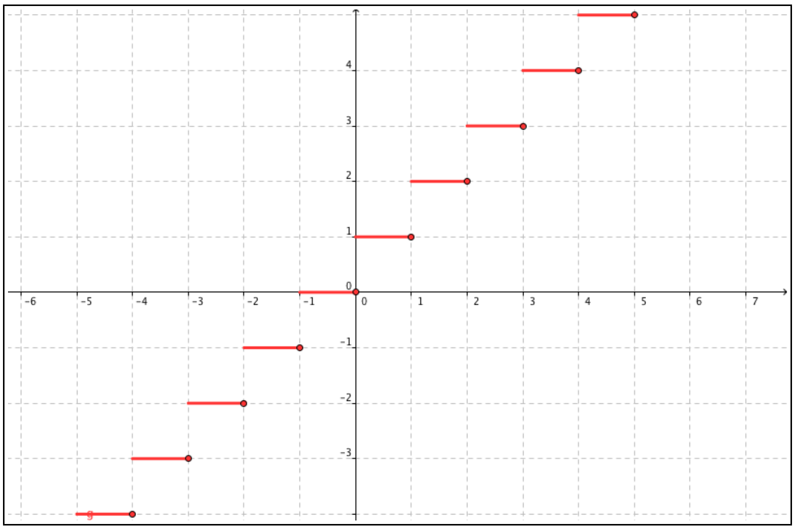
- $Dom\, f = \mathbb{R}$
- Discontinua en x=0
- Impar (simétrica respecto al origen de coordenadas)



6.3.FUNCIÓN PARTE ENTERA

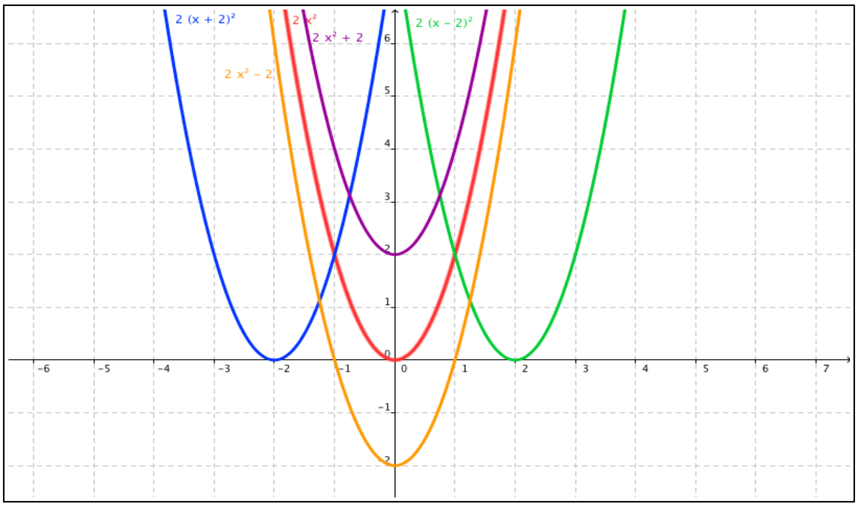
$$f(x)=E(x)$$

Esta función le hace corresponder a cada número real, un número entero inmediatamente inferior.



7. TRASLACIÓN DE FUNCIONES.

- Sea y=f(x) una función, la función y=f(x)+a desplaza la función f(x) a unidades hacia arriba si a > 0 y a unidades hacia abajo si a < 0.
- Sea y=f(x) una función, la función y=f(x+b) desplaza la función f(x) b unidades hacia la izquierda si b > 0 y b unidades hacia la derecha si b < 0.


2 (x + 2)²
2 x²
2 x² + 2
2 (x − 2)²
2 x² − 2